

研究報告

振動低減のための縮退技術を利用した簡便な計算法

鶴見康昭, 中川稔章, 森 信行

Effective Calculation Method Based on a Reduction Scheme for Vibration Reduction

Yasuaki Tsurumi, Toshiaki Nakagawa, Nobuyuki Mori

要 旨

FOA (First Order Analysis) は, 初等力学理論に基づく比較的少ない自由度の梁要素やパネル要素による解析ツールと解釈される場合が多いが, 広義には設計者に有益な情報を簡便に与える解析技術とも言える。一方, 詳細CAE (Computer Aided Engineering) は専任の解析者が大規模FEMモデルを駆使して, 精度の高い定量評価を行うツールである。このモデルの詳細化は計算精度の向上に貢献した反面, 莫大な計算時間の必要性から開発現場における効率的な対策立案を困難にしている。そこで, 詳細FEMモデルからその精度を保持し

つつ簡略モデルを作成し, 簡略モデルに基づき設計のための有益な情報を効率的に導出する解析技術が必要となる。これは, 設計現場へ解析結果を迅速簡便に伝える意味で, FOAに包含される技術の一つと考える。本論文では, 振動問題を対象に縮退技術を利用した簡便な計算方法を提案する。詳細モデルの中からあらかじめ複数の対策候補部位を選定し, 縮退技術を利用して計算が容易な小規模モデルを作成する。次にそのモデルを利用して, 局所部位の特性変更や構造変更が低減させたい振動特性に与える効果を短時間に予測する。

キーワード

構造解析, 感度解析, 有限要素法, 最適設計法, 縮退モデル, 伝達関数, CAE, 振動

Abstract

In automotive body structural design, Computer Aided Engineering (CAE) has been widely used in order to evaluate noise, vibration, and harshness (NVH). A CAE engineer typically uses a large-scale finite element model exceeding 1 million degrees of freedom to improve the NVH performance criteria. It is, however, difficult for a CAE engineer to propose a good modification candidate for the NVH reduction to an automotive designer, because the FEM calculation is very time-consuming and many design candidates must be considered for a large-scale model. Therefore, quick and effective design calculation

procedures are needed to overcome these problems, especially in the recent virtual prototyping development process. In this paper, a new optimal design method using a reduction scheme based on the physical coordinates under many design constraints regarding crashworthiness is proposed in order to overcome these problems. That is, we determine the appropriate location and additional scalar spring constants by minimizing the acceleration of the observation grid. The effectiveness and availability of this method are confirmed using an example.

Keywords

Structural analysis, Sensitivity analysis, Finite element method, Optimal design method, Reduced model, Frequency response function, Computer aided engineering, Vibration

1. はじめに

FOA (First Order Analysis)¹⁾は、初等力学理論に基づく比較的少ない自由度の梁要素やパネル要素による解析ツールと解釈される場合が多いが、広義には設計者に有益な情報を簡便に与える解析技術とも言える。一方、詳細なCAE (Computer Aided Engineering)は専任の解析者が大規模FEMモデルを駆使して、精度の高い定量評価を行うツールである。詳細CAEは、変形場や応力場を可視化することで詳細な情報を提供できるが、必ずしも設計者に有益な情報を与えられない場合がある。例えば自動車などの100Hzを越える振動騒音問題は、局部的な剛性の影響を考慮する必要がある、100万自由度を越える大規模FEMモデルによる計算が必要となる。このモデルの詳細化は計算精度の向上に貢献した反面、膨大な計算時間の必要性から開発現場における効率的な対策立案を困難にしている。そこで、詳細FEMモデルからその精度を保持しつつ簡略モデルを作成し、簡略モデルに基づき設計のための有益な情報を効率的に導出する解析技術が必要となる。これは、設計現場へ解析結果を迅速簡便に伝える意味で、FOAに包含される技術の一つと考える。

本論文では、その基本的な検討として振動問題を対象にFEMモデルに伝達関数による縮退を適用し、スカラーばねによる付加剛性値を設計変数とした最適設計法について提示する。第2章では本最適設計法の全体の流れを提示した後、本方法の骨子である(1)感度解析法、(2)縮退方法、(3)最適設計法についてその詳細を示し、第3章では具体的な数値計算例にてその有効性を提示する。

2. 解析方法

2.1 最適設計法の流れ

効率的な最適化計算法として、設計変数の候補を絞り込み、その都度簡便に縮退モデル作成し、そのモデルにて最適化計算を適用する方法を以下の手順により提案する。

- (1) 加振点、評価点の方向および対象とする周波数範囲とその刻み幅を設定する。
- (2) 自由度 n_0 の大規模なFEM全体モデルの中から設計領域の節点間の距離や角度を閾値として節点自由度 n_1 とその自由度をつなぐ要素 m_1 を抽出する。この要素全体をここでは剛性感度評価モデルと呼ぶ。なお本論文で扱う要素は、2点間に付加するスカラーばね要素とする。
- (3) 自由度 n_1 における振動応答から要素 m_1 の剛性感

度を計算し、その値を閾値として設計変数の候補となる要素 m_2 およびそれを構成する自由度 n_2 を決定する。

- (4) 自由度 n_2 の伝達関数によるコンプライアンスマトリクスを作成する。
- (5) 要素 m_2 の中から感度の大きさや設計上の実現性を考慮して設計変数とする要素 m_3 と自由度 n_3 を設定し、(4)のコンプライアンスマトリクスから自由度 n_3 の動剛性マトリクスを作成する。
- (6) 自由度 n_3 の動剛性マトリクスを逐次変更しながら最適化計算を行う。目的を満足しない場合には(5)に戻り、新たな設計変数による最適化計算を行う。
- (7) 得られた剛性値を自由度 n_0 の全体モデルに付加し、その応答計算から効果や対象領域以外への影響を確認する。

以上のように解析自由度は各ステップごとに $n_0 > n_1 > n_2 > n_3$ と順次絞り込まれる。最適化計算を行う自由度 n_3 の最小単位とは、加振自由度が1つ、評価点自由度が1つ、剛性を付加する自由度が2つの合計4つの自由度に縮退される。

2.2 感度解析法

FEMにて離散化された運動方程式は、変位ベクトルを $\{U\}$ 、外力ベクトルを $\{F\}$ 、剛性マトリクスを $[K]$ 、減衰マトリクスを $[C]$ 、質量マトリクスを $[M]$ および角周波数を ω として次式のように表される。

$$([K] + j\omega[C] - \omega^2[M])\{U\} = \{F\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

式(1)の括弧内のマトリクスを ω についての複素関数で表した動剛性マトリクス $[B(\omega)]$ で表すと次式となる。

$$[B(\omega)]\{U(\omega)\} = \{F(\omega)\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

評価量として実際の周期外力 $\{F\}$ が作用するときの相互平均コンプライアンス C を導入する²⁾。 C は、 $\{F\}$ が作用するときの振動応答ベクトル $\{U\}$ と、振動を評価する l 番目の自由度のみに作用する仮想的な単位周期外力 $\{F^l\} = \{0, \dots, 0, f_l = 1, 0, \dots, 0\}^T$ との内積として次式のように表される。

$$C = \{F^l\}^T \{U\} = \{U^l\}^T [B]^T \{U\} = u_l \quad \dots\dots\dots (3)$$

$\{U^l\}$ は $\{F^l\}$ が作用したときの振動応答ベクトルである。つまり $\{F^l\}$ は l 番目の自由度のみに作用する正規化された無次元量であり、 $\{U^l\}$ はコンプライアンスの次元となるため、 C は $\{U\}$ の中の振動を評価する l 番目の自由度における応答変位 u_l と等価となる。

今、設計変数を2つの節点自由度 i, j に付加するスカラーばねの剛性値を X とすると、 u_l に対する X の感度は式(4)で表され、 $\partial[B]/\partial X$ は ii と jj 要素では1、 ij と ji 要素では-1、その他の要素はすべて0となり、最終

的には式(5)で表される³⁾。

$$\frac{\partial u_i}{\partial X} = -\{U^i\}^T \frac{\partial [B]}{\partial X} \{U\} \quad (4)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial X} = -(u_i^l - u_j^l)(u_i - u_j) \quad (5)$$

つまり，評価する振動応答に対する剛性値の感度は $\{F\}$ と $\{F^l\}$ の2ケースの外力が作用したときの振動応答結果のみで解析的に求めることができる。このことは，下記の特長を有する。

- (1) 動剛性マトリクスの逆行列計算を必要としないため，汎用FEMソフトの出力結果のみで感度を求めることができる。
- (2) 感度の値が直接動剛性マトリクスに依存しないため，その値は縮退の影響を受けない。

2.3 伝達関数による縮退方法

ここでは動剛性マトリクスを縮退する方法として伝達関数による縮退を用いる⁴⁾。その理由としては，剛性付加の効果を直接評価できることも挙げられるが，縮退後も振動応答の出力結果の精度が保障されているからである。モード縮退では出力結果の精度が縮退する自由度（モード）の数に依存するため，厳密には必ず出力結果に誤差が生ずる。

式(2)の動剛性マトリクス $[B]$ を縮退する自由度の領域 a と消去する自由度の領域 b に分離し，次式のように表す⁵⁾。

$$\begin{bmatrix} B_a & B_{ab} \\ B_{ba} & B_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_a \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_a \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

式(6)は領域 b に外力が作用しないことから縮退した動剛性マトリクス $[\bar{B}_a]$ は次式で表される。

$$[\bar{B}_a] = [B_a] - [B_{ab}][B_b]^{-1}[B_{ba}] \quad (7)$$

しかし，ここでは式(7)による縮退は用いない。その理由は，消去する自由度の領域 b に比べると縮退する自由度の領域 a は非常に少ないため， $[B_b]^{-1}$ の逆行列計算に負荷がかかる上，設計変数として採用する要素を変更する度に縮退モデルを作成する必要から計算負荷がより増大するためである。そこでまず，設計変数の候補として選択された自由度 n_2 の領域のコンプライアンスマトリクス $[H_c]$ を求める。 $[H_c]$ は，設計変数の候補として選択された自由度の領域を c ，それ以外の自由度の領域を d として次式で表される。

$$[H_c] = [B_c]^{-1} = ([B_c] - [B_{cd}][B_d]^{-1}[B_{dc}])^{-1} \quad (8)$$

$[H_c]$ は全体の動剛性マトリクスから上式のように求めてもよいが，以下のように自由度領域 c に単位行列 I_c が作用したときの応答結果から求めることができる。

$$\begin{bmatrix} B_c & B_{cd} \\ B_{dc} & B_{dd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_c \\ H_{dc} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} I_c \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

そして， $[H_c]$ から縮退する自由度の領域 a と消去する自由度の領域 e に分離し，領域 a の要素 $[H_a]$ の逆行列計算から縮退動剛性マトリクス $[\bar{B}_a]$ を求める。

$$[\bar{B}_a][H_c]^{-1} \left([H_c] = \begin{bmatrix} H_a & H_{ae} \\ H_{ea} & H_{ee} \end{bmatrix} \right) \quad (10)$$

したがって縮退した動剛性マトリクス $[\bar{B}_a]$ を用いて式(6)は次式で表される。

$$[\bar{B}_a]\{U_a\} = \{F_a\} \quad (11)$$

計算の効率を考えると $[H_c]$ は式(8)を用いて求めるのが妥当であるが，汎用のFEMソフトでは運動方程式(1)を計算する際に複素変数を実部と虚部に分けて計算したり，モード縮退をした上で部分構造に分けて計算する場合があるため，全体の動剛性マトリクスを直接抽出するのが困難である。そのような場合には式(9)，(10)のように振動応答の計算結果から縮退した動剛性モデルを求めることができる。前節の感度計算と同様に縮退モデルが出力結果のみで算出できるということは，本最適設計法がFEMなどの構造解析方法にとらわれることなく，加振実験により得られる出力結果からも適用可能であるということを示している。

2.4 剛性最適設計法

縮退した運動方程式(10)を用いて周期外力 $\{F\}$ が作用するときの評価自由度 l の振動応答 u_l を最小化する最適設計問題を以下のように定義する。ここでは付加するスカラーばねの剛性値 X を設計変数として，複素数である u_l にその複素共役 u_l^* を掛けて実数化した値 e を最小化する。ここで， u_l や e は角周波数 ω を変数とした関数であり，実用上帯域的な周波数での振動低減が必要となる。単一周波数の振動応答を低減しても共振周波数がずれただけで，設定した周波数の近傍にレベルの高い振動が発生する可能性があるためである。そこで，ある周波数範囲と刻みで M 個に離散化した $e_m = e(\omega_m)$ つまり $u_{lm} = u_l(\omega_m)$ と $u_{lm}^* = u_l^*(\omega_m)$ の積を周波数ごとに加算した E を目的関数とした，次式のような単一最適化問題を設定する。なお，設計変数の上限値 $\bar{X}$ と下限値 $\underline{X}$ を側面制約条件とする。

$$\begin{aligned} \min E(X) &= \sum_{m=1}^M e_m(X) = \sum_{m=1}^M u_{lm}(X) \cdot u_{lm}^*(X) \\ \text{subj. to } &\bar{X} \geq X \geq \underline{X} \end{aligned} \quad (12)$$

目的関数 E に対する設計変数 X の感度 S は次式で表される。

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{\partial E}{\partial X} = \sum_{m=1}^M \frac{\partial e_m}{\partial X} = \sum_{m=1}^M u_{lm} \frac{\partial u_{lm}^*}{\partial X} + \frac{\partial u_{lm}}{\partial X} u_{lm}^* \\
 &= \sum_{m=1}^M u_{lm} \left(\frac{\partial u_{lm}}{\partial X} \right)^* + \frac{\partial u_{lm}}{\partial X} u_{lm}^* = \sum_{m=1}^M 2\text{real} \left(u_{lm} \frac{\partial e_{lm}}{\partial X} \right)
 \end{aligned}
 \quad (13)$$

式(5)を用いて式(13)は次式で表される。

$$S = \sum_{m=1}^M -2\text{real} \{ u_{lm} (u_{lm}^i - u_{jm}^i) (u_{lm} - u_{jm}) \} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 u_{lm} 、 u_{jm} は $\{F(\omega_m)\}$ が作用したときの剛性 X を付加する自由度 i, j における応答変位であり、 u_{lm}^i 、 u_{jm}^i は l 番目の自由度のみに作用する正規化された単位周期外力 $\{F^i(\omega_m)\}$ が作用したときの自由度 i, j における応答変位（コンプライアンス）である。

式(10)で縮退した動剛性マトリクス $[\bar{B}_a]$ を、 X について逐次変更しながら式(14)の感度を計算し、準ニュートン法による式(12)の無制約最適化問題を解く⁶⁾。なお設計変数 X が複数の場合は、その感度 S もベクトルとして表され、 $[\bar{B}_a]$ は付加剛性 X を構成する要素の全自由度を含むマトリクスとして縮退する必要がある。

3．数値計算例

Fig. 1に示すようなシェル要素にて構成されたFEMモデルを用いて本最適設計法の有効性を明らかにする。ここでは、汎用FEMソフト（MSC/NASTRAN）による周波数応答計算を用いながら、2．1で示した流れに従って検討を進めていく。設定する問題は、Fig. 1に示す部位・方向の単位周期外力 F が作用するときのガラス部（図中○部）における x 方向の加速度 $\ddot{u}_i$ を最小化することである。ここでは変位を評価

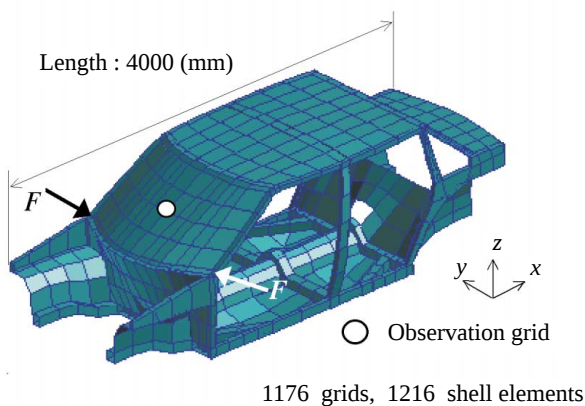


Fig. 1 FEM model of a body-in-white.

量とした上述の各式から $\ddot{u}(t) = \partial^2 u(t) / \partial t^2 = -\omega^2 u(t)$ の関係を利用し、加速度を評価量とした定式化に変換して利用する。この応答加速度は140～150Hzにピークを持つため、最適設計の対象とする周波数範囲を130～155Hzで刻み幅を1Hzに設定する。

ガラス部を除いた領域を設計対象として、剛性感度を検討する節点とその節点をつなぐ要素（剛性感度評価モデル）を抽出する。Fig. 1のモデルは節点間隔が比較的大きい簡易的なモデルのため、シェル要素の各辺を構成する節点と要素をデフォルトとして、そのほかの閾値を、(1) 節点間の長さ L が250mm以上300mm以下の要素、(2) Fig. 1のシェル要素の各辺からの角度 θ が30°以上180°以下に位置する節点をつなぐ要素、と設定する。この結果得られた剛性感度評価モデルをFig. 2に示す。このモデルの要素数は3000を越えるが、Fig. 2に示すように本来シェル要素が存在しない部分の節点間の剛性も評価することが可能となる。このことは、すでにある構造を変更するのではなく構造のない部位に構造を付加するような対策を検討する上で有用である。なお、ここで考慮する剛性は並進3方向の剛性であり、感度を計算する剛性値自体の数は要素数×3方向の約1万個となる。

FEMによる周波数応答計算結果から式(9)を用い、Fig. 2の剛性感度評価モデルにおける各要素の剛性値 X の感度を計算する。ここでは感度の計算結果から最大値の10%の値を閾値として設計変数の候補となる要素を選定する。選定結果をFig. 3に示す。図中の濃い線で示した部分が感度の高い要素である。この結果、設計変数の候補となる部位は1176節点か

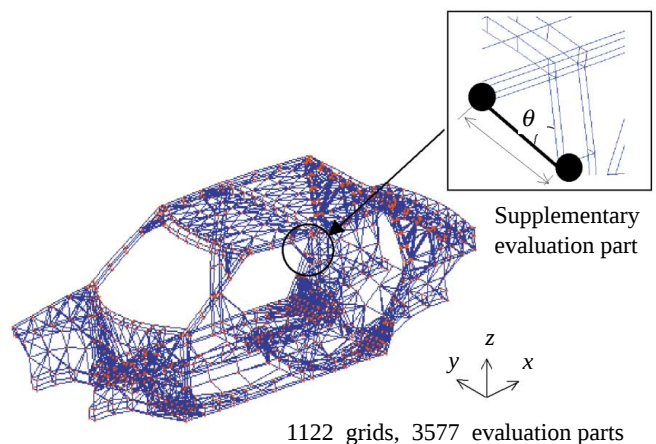
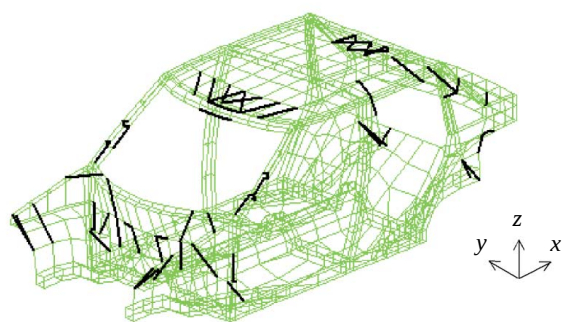


Fig. 2 Modified stiffness sensitivity evaluation Model.

ら107節点(自由度321)に、3577要素から75要素(設計変数の候補225)に絞り込まれることになる。

上記のように絞り込まれた要素の節点自由度と加振点自由度、評価点自由度についてイナータンスマトリクスを作成する。これは式(9)に示すように、各自由度ごとに単位入力作用したときのFEM周波数応答計算から求められる。この中から設計変数とする自由度および加振点自由度、評価点自由度の要素を抽出し、式(10)の逆行列計算から縮退した動剛性マトリクスを作成する。

縮退モデルを用いて式(12)に示した単一の設計変数についての最適化問題を解く。なお本例題では、Fig. 3で絞り込まれた設計変数の候補となる要素は



107 grids, 75 selected parts

Fig. 3 High-sensitive parts.

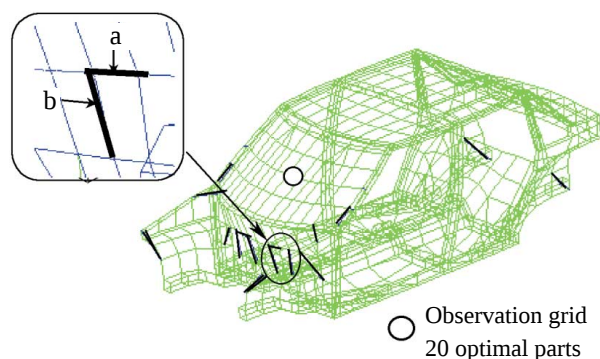


Fig. 4 Optimal parts.

左右対称のものが多く、このような要素は同一の設計変数として取り扱うのが妥当と考えられる。その場合は設計変数を構成する自由度が4つ、加振点自由度が2つ、評価点自由度が1つの合計7自由度の非常に小さい縮退モデルとなる。

評価自由度の応答加速度 $\ddot{u}_i$ を25%以上低減可能な部位を抽出した結果をFig. 4に示す。この濃い線で示す部位は、それぞれ算出された最適な剛性値を決められた方向に付加すれば、ガラス面の振動応答を低減できる部位である。例えば、Fig. 4の部位aではz方向の1100N/mmの剛性最適値が算出される。この値のスカラーばねをaの対称な部分に付加して周波数応答を計算した結果をFig. 5に示す。この結果が

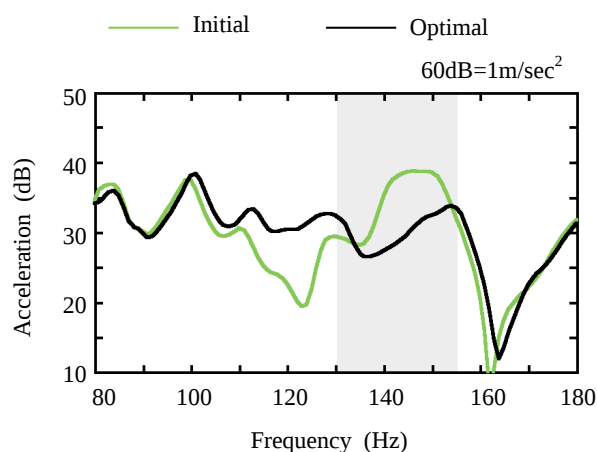


Fig. 5 Effect of reduction by the additional stiffness.

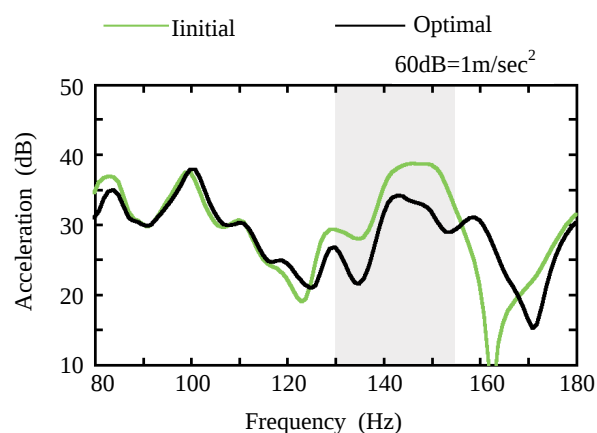


Fig. 6 Effect of reduction by the additional structure.

ら指定した周波数帯域においてガラス面の振動応答が低減されることがわかる。なお、同様な振動低減効果はFig. 4に示すほかの部位についても確認できる。

Fig. 4に示す剛性最適化計算より得られた結果に基づき、具体的な構造を有する補強材を付加したときの振動低減効果を検証する。補強材として、Fig. 4のaの部位とbの部位を2辺とする厚さ3mmの鋼板を設定し、Fig. 1のFEMモデルにシェル要素として付加し、ガラス部の振動応答を計算した結果をFig. 6に示す。この結果から、設定した周波数帯域でFig. 5と同様な低減効果が得られることが確認できる。なお、このときの補強材の質量は約1kgで全体の質量122kgに対して1%未満の質量増にとどまっている。

4. まとめ

自動車などの複雑で大規模な構造を対象に、振動低減を目的とした設計情報を効率的に見いだすための最適設計法を提示した。以下に要点を示す。

- (1) 相互平均コンプライアンスを導入し、解析的な感度の算出法により全体構造の中から検討部位を絞り込む方法を提案した。
- (2) 伝達関数による動剛性マトリクスで表された縮退モデルを作成する方法を提案した。
- (3) 振動応答レベルの最小化を目的関数とし、付加するばね定数を設計変数とした最適化問題を提案した。
- (4) 車両構造を模擬したFEMモデルに本手法を適用し、有効性を確認した。

なお、本研究を実施するにあたり、当社、西脇眞二氏の協力を得た。

参考文献

- 1) Nishigaki, H., et al.: "First Order Analysis for Automotive Body Structure Design", ASME DETC 2000/DAC-14533, (2000)
- 2) 西脇眞二, 菊池昇: "柔軟性を考慮した構造の最適化 (第1報 定式化とコンプライアントメカニズムの応用)", 日本機械学会論文集C, 63-612(1997), 2657-2664
- 3) 鶴見康昭, ほか3名: "大規模構造の伝達関数による縮退モデルを用いた最適設計法", 日本機械学会論文集C, 67-663(2001), 3421-3427
- 4) 秋山晃, ほか3名: "伝達関数合成法を用いた低周波ロードノイズの改善", 自動車技術会学術講演会前刷集, 912(1991), 13-16
- 5) 長松昭男: モード解析, (1985), 189, 培風館
- 6) 茨城俊秀, 福島雅夫: 最適化プログラミング, (1991), 141, 岩波書店

(2000年12月14日原稿受付)

著者紹介



鶴見康昭 Yasuaki Tsurumi

生年: 1964年。

所属: 第14研究領域。

分野: 車体の初期設計法, 車体の振動・騒音に関する研究。

学会等: 日本機械学会会員。



中川稔章 Toshiaki Nakagawa

生年: 1962年。

所属: 第14研究領域。

分野: 車体構造の剛性, 振動・騒音に関する研究。

学会等: 日本機械学会, 自動車技術会会員。工学博士。



森 信行 Nobuyuki Mori

生年: 1950年。

所属: 第13研究領域。

分野: エンジンの構造・機構系CAE。

学会等: 日本機械学会, 自動車技術会会員。工学博士。